MINERAALVÄETISTE KETASLAOTURI LAOTUSKETTA TÖÖPROTSESSI UURIMINE MATEMAATILISE MODELLEERIMISE TEEL

A. Reintam

Uuringu põhjendus ja eesmärk

Põldude ja rohumaade lausväetamisel tahkete mineraalsete pulber- või sõmerväetistega (graanulväetistega) kasutatakse enamasti ühe- või kahekettalist ketaslaoturit (tsentrifugaallaoturit). Sama tüüpi on ka tänavate liivatamisel rakendatav liivapuistur ning õlale riputatav käsiajamiga lauskülvik. Kõikide nende laotusseadiseks on püst- või kaldtelje ümber pöörlev tasand- või nõgusketas, mille tööpinnale on kinnitatud sirged või kõverad labad.

Ketaslaoturi uurimisel ja projekteerimisel on kaks olulist vaatekohta (aspekti) – kvantitatiivne ja kvalitatiivne. Esimene neist käsitleb laoturi tootlikkust (tööjõudlust) ja taandub peamiselt masina töölaiuse määratlemisele. Teine vaatekoht (kvalitatiivne) käsitleb laotatava materjali (edaspidi "väetise") laotusühtlust, mis, nagu edaspidi selgub, taandub peamiselt väetise kettale suunamise koha määratlemisele.

Üldlevinud on väide, et ketaslaotur ei taga vajalikku laotusühtlust: töölaiuse keskosale langeb väetist tunduvalt rohkem kui äärtele. Niisugusel juhul tuleb töötada naabertöökäikude ülekattega. Sellest tuleneb masina töölaiuse ligi kahekordne vähenemine, millega kaasneb laotusagregaadi tootlikkuse vähenemine, tööaja ja kütuse suurem kulu ning põllu liigne tallamine. Öeldust selgub, et ketaslaoturi töö kvantitatiivne ja kvalitatiivne aspekt on tihedas vastastikuses sõltuvuses: mida ühtlasemalt jaotatakse väetis masina liikumisele ristisihis, seda suuremaks kujuneb töölaius (ja vastupidi). Teisisõnu, kvaliteet määratab kvantiteedi.

Kuivõrd antud artikli autoril ei ole teada ühtki uurimust, mis ülalnimetatud üldlevinud väidet tööprotsessi matemaatilise kirjeldamise abil kinnitaks või kummutaks, siis on selle väite aluseks konkreetsete laoturitega tehtud põldkatsetused. Ent katsetulemused väljendavad tagajärge, mitte aga põhjust. Alljärgnevalt püütakse tõestada, et põhjus on mitte laoturi tüübis ja tööpõhimõttes, vaid selle konstruktiivse lahenduse ebaõiges realiseeringus.

Arusaadavalt mõjutab laotusühtust ka väetiste terastikulise (granulomeetrilise) koostise ühtlikkus ja pidevus (homogeensus): ka kvaliteetses sõmerväetises on tolmjaid ja pulberjaid fraktsioone, mis tekivad ka laotusketta tööprotsessis mehaaniliste löökide mõjul. Kuivõrd laotatava materjali koostise ebaühtlust on teoreetiliselt väga keerukas arvestada, siis vaatleme ketaslaoturi tööprotsessis osalevat väetist homogeensena.

Antud **uuringu üldeesmärgiks** on koostada matemaatilised mudelid ketaslaoturi teaduslikult põhjendatud projekteerimiseks. Seejuures on sõlmküsimuseks väetise kettale suunamise koha määratlemine laotusketta tööprotsessi matemaatilinse kirjeldamise teel, lähtudes väetise ühtlase jaotumise nõudest masina töölaiuse kogu pikkuse ulatuses. Sellele põhiküsimusele vastuse saamine aga nõuab eelnevalt tööprotsessi kvantitatiivse aspekti mitmete oluliste parameetrite avaldamist ja seostamist.

Probleemi mõningase lihtsustamise huvides vaadeldakse antud töös ühekettalist ketaslaoturit, mille tasapinnaline laotusketas on varustatud sirgete labadega.

Laotusketta tööprotsessi kirjeldus ja kvantitatiivsed parameetrid

Püsttelje ümber pöörleva labadega laotusketta mis tahes punkti suunatud väetiseosake allutatakse liitliikumisele: pöörleb koos kettaga (kaasaminekuliikumine) ja samal ajal nihkub tsentrifugaaljõu mõjul piki laba ketta serva poole (suhteline liikumine). Nende kahe liikumise kiiruste summana tekib kettalt eraldumise (lahkumise) summaarne kiirus v_e (joon. 1) mis on ühtlasi äralennu algkiiruseks ja mis määrab osakese lennukauguse L. Viimasest aga tuleneb laoturi töölaius (laotuslaius). Kaasaminekukiirus on risti ketta raadiusega ja võrdne ketta vaadeldava punkti joonkiirusega ωR, suhteline kiirus $\dot{\xi}_e$ aga vaadeldavast punktist labale tõmmatud puutuja sihis. Ketta raadiuse ja laba sama punkti läbiva puutuja sihtide vaheline teravnurk ψ iseloomustab laba asetust, kusjuures kokkuleppeliselt loetakse seda nurka puutuja poolt raadiuse poole. Kui selline lugemise suund ühtib ketta pöörlemise suunaga, siis loetakse nurka positiivseks, vastasel juhul aga negatiivseks.

Joonis 1. Sirgete labadega tasandilise laotusketta tööprotsessi skeem

Figure 1. Scheme of working process of plane stright-armed spreading disk

Kui lihtsuse mõttes jätta arvestamata osakese lennufaasis mõjuva õhutakistuse, siis lennukauguse saame avaldada teepikkuse tuntud avaldistest lähtudes (joon. 1):

$$\begin{cases} L = v_e \ t \\ H = \dfrac{gt^2}{2} \end{cases} .$$

Selle võrrandisüsteemi lahendina saame osakese lennukauguse (õhutakistust arvestamata):

$$L = v_e \sqrt{\frac{2H}{g}}\ , \qquad (1)$$

kus v_e – lennu algkiirus, s.o. väetiseosakese kettalt eraldumise kiirus;
H – ketta asetuskõrgus maapinnast;
g – raskuskiirendus.

Kui soovime arvestada ka õhutakistuse mõju, siis avaldub lennukaugus järgmiselt [1, lk. 111...117]:

$$L = \frac{v_h^2}{g} \ln\left(\frac{g}{v_h^2} v_e \sqrt{\frac{2H}{g}} + 1 \right), \qquad (2)$$

kus v_h on väetise hõljumiskiirus (mineraalväetistel on see 3...20 m/s).

Teades väetiseosakese lennukaugust L saame laoturi **töölaiuse** B valida tingimusest

$$L < B < 2L. \qquad (3)$$

Ent enne on vaja teada osakese **kettalt eraldumise kiirust**. See on avaldatav joonisel 1 toodud skeemilt koosinusteoreemi alusel:

$$v_e = \sqrt{(\omega\ R)^2 + \dot{\xi}_e^{\,2} \pm 2\omega R \dot{\xi}_e \sin|\psi_e|}\ , \qquad (4)$$

kus ω – ketta pöörlemise nurkkiirus;
R – ketta välisraadius (kui laba on kujundatud rennikujulise ristlõikega ja ulatub ühe ketta välisserva, siis on see laba välispunkti raadiusvektor);
$\dot{\xi}_e$ – väetiseosakese kettalt eraldumise suhteline kiirus (suhtelise nihke ξ esimene tuletis aja järgi);
$|\psi_e|$ – laba asetusnurga absoluutväärtus (nn. moodul) ketta välisserva punktis.

Seoses (4) vastab ülemine märk laba välisotsa kallutatusele ketta pöörlemise suunas (ette-kallutatud asetusega laba), alumine märk aga sellele vastassuunas (tahakallutatusega laba).

Nagu selgub, on osakese lennu algkiiruse v_e, mistõttu ka lennukauguse L, määramiseks vaja teada väetiseosakese **kettalt lahkumise suhtelist kiirust** $\dot{\xi}_e$. See on lihtsalt määratav, kui teaksime suhtelise nihke ξ (teepikkuse) üldavaldist: selle diferentseerimisel aja järgi saaksime kiiruse avaldise. Nihke avaldis on võimalik saada, olles koostanud väetiseosakese kettal liikumise võrrandi (dünaamika- ehk diferentsiaalvõrrandi).

Väetiseosakese ketta suhtes liikumise diferentsiaalvõrrand, suhteline nihe ja kiirus

Liikumisvõrrandi koostamisel lähtume meetodist, kus koostatakse osakesele mõjuvate jõudude tasakaaluvõrrand, võrrutades selle mitte nulliga, vaid nn. liikumapaneva jõuga. Selleks jõuks on massi ja suhtelise kiirenduse korrutis $m\ddot{\xi}$, mis on suunatud osakese liikumise suunas piki laba (kõvera laba puhul puutuja sihis). Tehes seda, saame (joon. 2):

$$m\ddot{\xi} = m\omega^2 r \cos(-\psi) - F\ , \qquad (5)$$

kusjuures

$$F = (N_1 + N_2) f = (N_1 + mg) f\ , \qquad (6)$$

$$N_1 = m\omega^2 r \sin(-\psi) + 2m\omega\dot{\xi} \qquad (7)$$

kus r – vaadeldava punkti raadiusvektor (kaugus ketta pöörlemiskeskmest);
ψ – laba asetusnurk;
F – osakesele mõjuv hõõrdejõud nihkumisel ketta ja laba pinnal;
f – hõõrdetegur väetise nihkumisel kettal ja labal;
N_1, N_2 – osakese normaalreaktsioonid vastavalt ketta ja laba pinnal;
$m\omega^2 r$ – tsentrifugaaljõud;
$2m\omega\dot{\xi}$ – Coriolise kiirendusest tulenev jõud.

Joonis 2. Väetiseosakese ketta suhtes liikumise diferentsiaalvõrrandi koostamise skeem

Figure 2. Compilation scheme for the differential equation of the movation of fertilizer particle with regard to disk

Lahendades koos seosed (5)...(7) ning arvestades, et laba tahakallutuse puhul on nurk ψ vastasmärgiga, saame pärast mõningaid teisendusi:

$$\ddot{\xi} + 2f\,\omega\,\dot{\xi} - \omega^2[r\cos|\psi| \pm f\,r\sin|\psi|] + fg = 0. \qquad (8)$$

Jooniselt 2 selgub, et

$$r\cos(-\psi) = \overline{A_0A} + r_0\cos(-\psi_0),$$

$$r\sin(-\psi) = r_0\sin(-\psi)$$

ehk, kuivõrd $\overline{A_0A} = \xi$ (suhtelise nihke teepikkus) ning laba tahakallutuse puhul on nurk ψ vastasmärgiga, siis

$$r\cos|\psi| = \xi + r_0\cos|\psi_0|, \qquad (9)$$

$$r\sin|\psi| = r_0\sin|\psi_0| \qquad (10)$$

Asendades võrdused (9) ja (10) võrrandisse (8), saame pärast teisendusi:

$$\ddot{\xi} + 2f\,\omega\,\dot{\xi} - \omega^2\xi = \omega^2 r_0[\cos|\psi_0| \pm f\,r\sin|\psi_0| - fg]\,, \tag{11}$$

kus r_0 – väetiseosakese kettale suunamise punkti A_0 raadiusvektor;
ψ_0 – laba asetusnurk punktis A_0.

Võrrand (11) ongi väetiseosakese laotuskettal liikumise võrrand. Nagu näha, kujutab see endast konstantse parema poolega teist järku mittehomogeenset diferentsiaalvõrrandit. Kahekordne märk selles vastab eespoolöeldule: ülemine märk kehtib laba kallutatusele ette ja alumine – taha.

Rakendades võrrandi (11) lahendamisel kõrgemas matemaatikas välja töötatud metoodikat, kujuneb selle lahendiks järgmine võrdus:

$$\xi = C_3\left[1 - \frac{\lambda_2\,e^{\lambda_1 t} - \lambda_1\,e^{\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1}\right], \tag{12}$$

kusjuures konstandid C_3, λ_2 ja λ_1 avalduvad järgmiselt (e on naturaallogaritmi alus):

$$C_3 = \frac{fg}{\omega^2} - r_0\,[\cos|\psi_0| \pm f\sin|\psi_0|]\,, \tag{13}$$

$$\lambda_2 = \omega\,(-f - \sqrt{1+f^2}), \tag{14}$$

$$\lambda_1 = \omega\,(-f + \sqrt{1+f^2}). \tag{15}$$

Diferentsiaalvõrrandi (11) lahend (12) kujutab endast väetiseosakese ketta suhtes nihkumise teepikkuse üldavaldist aja t funktsioonina. Ent see on väljendatav ka jooksevraadiuse r funktsioonina. Selle avaldamiseks saame jooniselt 2 Pythagorase teoreemile tuginedes:

$$r^2 = [\overline{A_0A} + r_0\cos(-\psi_0)]^2 + r_0^2\sin^2(-\psi_0)\,,$$

millest, arvestades, et $\overline{A_0A} = \xi$ ning laba tahakallutuse korral on nurk ψ_0 vastasmärgiga, saame ruutvõrrandi

$$\xi^2 + 2r_0\cos|\psi_0|\,\xi - (r^2 - r_0^2) = 0$$

ja selle lahendi

$$\xi = -r_0\cos|\psi_0| + \sqrt{r^2 - r_0^2\sin^2|\psi_0|}\,, \tag{16}$$

kusjuures juuremärgi ees rahuldab ainult plussmärk, sest vaid sel juhul on täidetud tingimus: kui $r = r_0$, siis $\xi = 0$.

Suhtelise teepikkuse ξ üldavaldise (12) diferentseerimisel aja t järgi saame suhtelise kiiruse $\dot{\xi}$ üldavaldise järgmisel lõppkujul:

$$\dot{\xi} = \frac{C_3\,\lambda_1\,\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}(e^{\lambda_2 t} - e^{\lambda_1 t}). \tag{17}$$

Selles esineva tundmatu ajahetke t leidmiseks võrrutame suhtelise nihke teepikkuse kaks avaldist (12) ja (16) omavahel:

$$C_3\left[1 - \frac{\lambda_2\,e^{\lambda_1 t} - \lambda_2\,e^{\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1}\right] = -r_0\cos|\psi_0| + \sqrt{r^2 - r_0^2\sin^2|\psi_0|}\,. \tag{18}$$

Nagu näha, on võrdus (18) aja t suhtes transtsendentne (algebraliste võtetega lahendamatu) võrrand. Selle lahendamiseks arutleme nii: seose (14) kohaselt on parameeter λ_2 negatiivne, mistõttu võime eeldada, et kui $t >> 0$, siis $e^{\lambda_2 t} \approx 0$. Sel juhul seos (18) lihtsustub:

$$C_3\left[1-\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}e^{\lambda_1 t}\right]=-r_0\cos\left|\psi_0\right|+\sqrt{r^2-r_0^2\sin^2\left|\psi_0\right|},$$

millest

$$-\frac{C_3\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}e^{\lambda_1 t}=\sqrt{r^2-r_0^2\sin^2\left|\psi_0\right|}-r_0\cos\left|\psi_0\right|-C_3. \qquad (19)$$

Asendades avaldise (19) seosesse (17), võttes ka seal $e^{\lambda_2 t} \approx 0$, saame suhtelise kiiruse üldavaldise väetiseosakese raadiusvektori r funktsioonina:

$$\dot{\xi}=\lambda_1\left(\sqrt{r^2-r_0^2\sin^2\left|\psi_0\right|}-r_0\cos\left|\psi_0\right|-C_3\right)$$

ehk, asendades sellesse veel parameetri C_3 avaldise (13), saame pärast teisendusi:

$$\dot{\xi}=\lambda_1\left(\sqrt{r^2-r_0^2\sin^2\left|\psi_0\right|}-\frac{fg}{\omega^2}\pm r_0 f\sin\left|\psi_0\right|\right). \qquad (20)$$

Kui sellese kiiruse üldavaldisse (20) asendada osakese kettalt eraldumise tingimused $r = R$ ja $r_0 \sin|\psi_0| = R \sin|\psi_e|$ (vt. joon 2), siis saamegi osakese **kettalt eraldumise suhtelise kiiruse** arvutusvalemi:

$$\dot{\xi}_e=\lambda_1\left[R(\cos\left|\psi_e\right|\pm f\sin\left|\psi_e\right|)-\frac{fg}{\omega^2}\right], \qquad (21)$$

kusjuures parameeter λ_1 avaldub seosega (15). Meenutagem, et kiirus $\dot{\xi}_e$ esineb summaarse kiiruse v_e avaldises (4), mille kaudu saame lennukauguse seoste (1) või (2) järgi arvutada ning alles seejärel määratleda laoturi töölaiuse tingimusest (3).

Kõik eespooltoodu oli vajalik ühekettalise ketaslaoturi peamise kvantitatiivse tööparameetri – töölaiuse (laotuslaiuse) – määramiseks ja arvutamiseks, kui lähtesuurusteks on ketta välisraadius R, laba asetusnurk ψ_e ketta välisserva punktis, ketta pöörlemise nurkkiirus ω (või pöörlemissagedus), hõõrdetegur f nihkumisel kettal ja labal ning ketta asetuskõrgus H maapinnast (õhutakistuse arvestamisel on lähtesuuruseks veel väetise hõljumiskiirus v_h). Samal ajal on eespooltoodu aluseks laotusketta ja ketaslaoturi kvalitatiivse poole – laotusühtluse – käsitlemisele.

Väetiseosakese kettale suunamise punkti koordinaadid

Laotusühtlus väljendub nõudega, et töölaiuse B mis tahes punkti peab langema ühesugune kogus väetist, sealhulgas ka töölaiuse vasak- ja parempoolsesse piiripunkti C_v ja C_p (joon. 3.). Nendesse punktidesse sattunud väetiseosake on lahkunud ketta servapunktidest A_v ja A_p, kusjuures nimetatud punktid on lennukauguse L otspunktideks. Töölaiuse vahepealsetesse punktidesse langenud väetis lahkub ketta punktide A_v ja A_p vaheliselt kaarelt. Ja nüüd tekibki põhiküsimus: missugusesse punkti kettal suunata väetis, et see langeks põllupinnale soovitud punktis? Siinkohal märkigem, et praktiliselt on ketta serva joonkiirus 15...20 korda suurem masina edasiliikumise kiirusest, mistõttu ketta edasinihkumise koos masinaga võime lihtsuse mõttes jätta arvestamata.

Väetise kettale suunamise koht on teada, kui teada on selle punkti raadiusvektor r_0 ja nn. eraldumisnurk ωt_e (vt. joon 1). Eraldumisnurgaks (ehk lahkumisnurgaks) nimetatakse väetise kettale suunamise ja kettalt lahkumise punkte läbivate raadiusvektorite sihtide vahelist nurka. Teisiti öeldes on see ketta pöördumise nurk osakese kettal viibimise aja jooksul. See nurk on avaldatav seosest (19). Kui sellesse asendada tingimused

$$t = t_e = \frac{\omega t_e}{\omega},$$

$$r = R,$$

$$r_0 \sin|\psi_0| = R \sin|\psi_e|$$

siis saame:

$$e^{\frac{\lambda_1}{\omega}\omega t_e} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{C_3 \lambda_2}[C_3 + r_0 \cos|\psi_0| - R\cos|\psi_e|]. \tag{22}$$

Kui avaldisse (22) asendada parameeter C_3 seosest (13) ning seejärel lahendada see otsitava nurga ωt_e suhtes, siis saame pärast teisendusi:

$$\omega t_e = \frac{\omega}{\lambda_1}\ln\left\{\frac{(\lambda_2-\lambda_1)[R(\cos|\psi_e| \pm f \sin|\psi_e|) - \frac{fg}{\omega^2}]}{\lambda_2[\sqrt{r_0^2 - R^2\sin^2|\psi_e|} \pm f R \sin|\psi_e| - \frac{fg}{\omega^2}]}\right\}, \tag{23}$$

kusjuures ülemine ja alumine märk kehtivad laba kallutatusele (asetusele) vastavalt ette ja taha.

Seos (23) võimaldab arvutada väetiseosakese kettale suunamise punkti A_0 ja sellelt eraldumise punkti A raadiusvektorite vahelist nurka (nn. eraldumisnurka) ωt_e sõltuvalt punkti A_0 raadiusvektorist r_0 (vt. joon. 2). Seejuures on lähteandmeiks ketta välisraadius R, ketta pöörlemise nurkkiirus ω, laba välisotsa asetusnurk ψ_e, ketta ja laba ning väetise vaheline hõõrdetegur f ning raskuskiirendus g = 9,81 m/s^2. Suurused λ_1 ja λ_2 avalduvad seostega (15) ja (14).

Laotusketta tööala piiride määramine

Eelmises jaotises esitatu võimaldab määrata väetise kettale suunamise ja kettalt eraldumise punktide vastastikuse asendi sõltumata sellest, kuhu langeb eraldunud väetiseosake maapinnale. Et aga teada saada ketta tööpiirkonda, on vaja teada ketta serva punkte A_v ja A_p, milledelt eraldunud (lahtipaiskunud) väetiseosake langeb masina töölaiuse äärepunktidesse C_v ja C_p (vt. joon. 3). Selle ülesande lahendamiseks koostame analüütilise seose, kasutades skeemi joonisel 3. Sellest selgub, et ketta tööala jääb punktide A_v ja A_p vahelisse sektorisse (vt. ka jaotis 2). Punkti A_v (või A_p) asukoha määramiseks piisaks nurga δ_v (või δ_p) teadaolemisest. Skeemilt saame kirjutada järgmised võrdused:

$$\square_v = \square_p + 2\square \tag{24}$$

$$R \sin\delta_p = L\cos(\Theta + \delta_p) - 0{,}5B, \tag{25}$$

$$\sin\varepsilon = \frac{0{,}5B}{\rho}, \tag{26}$$

$$\rho^2 = R^2 + L^2 - 2RL\cos(\frac{\pi}{2} + \Theta), \tag{27}$$

$$\dot{\xi}_e^2 = (\omega R)^2 + v_e^2 - 2\omega R v_e \cos\Theta. \tag{28}$$

Pärast teisendamist kujuneb seosest (25) ruutvõrrand, mille lahend on kirjutatav järgmiselt:

$$\sin\delta_p = \frac{1}{2\rho^2}\left[L\cos\Theta\sqrt{4\rho^2 - B^2} - B(R + L\sin\Theta)\right], \tag{29}$$

kusjuures selles esinevad abisuurused ρ ja Θ on määratavad seostest (27) ja (28) saadavate võrdustega:

$$\rho = \sqrt{R^2 + L^2 + 2RL\sin\Theta}, \tag{30}$$

$$\cos\Theta = \frac{\omega^2 R^2 + v_e^2 - \dot{\xi}_e^2}{2\omega R v_e} \tag{31}$$

kus kiirused $\dot{\xi}_e$ ja v_e avalduvad vastavalt seostega (21) ja (4).

Seega on laotusketta **tööala parempoolset piiri** määrav nurk δ_p (vt. joon. 3) arvutatav seoste (29), (30), (31), (21) ja (4) koos lahendamisel. Mis puutub **vasakpoolsesse piiri**, siis seda iseloomustava nurga δ_v arvutusvalemi saame seoste (24) ja (26) koos lahendamisel:

$$\delta_v = \delta_p + 2\arcsin\frac{B}{2p}. \tag{32}$$

Joonis 3. Ühekettalise ketaslaoturi laotusketta tööpiirkonna määramist selgitav skeem

Figure 3. Scheme for the determination of the working area of spreading disk of monodisk-spreader

Olles määranud laotusketta tööala piiripunktid ketta välisserval (s.o. väetiseosakese eraldumisel), on võimalik määrata analoogilised piiripunktid ka väetise kettale suunamisel. Samuti on määratavad analoogilised punktid tööala mis tahes vahepealsel kohal. Selleks tuleb arvutada eraldumisnurga $\omega\, t_e$ väärtus seosega (23), andes ette raadiuse r_0 väärtuse.

Ülalesitatud matemaatiliste mudelite kasutamist ühekettalise ketaslaoturi laotusketta tööprotsessi tehnoloogilisel arvutamisel ja projekteerimisel illustreerigu järgnev näide.

Arvutusnäide

Eesmärgiga saada võrdlusmaterjali arvutustulemustel saadava ja tegelikult realiseeritu kohta valime lähteandmeteks Eestis laialt kasutatud ketaslaoturi KCA-3 (endise N.Liidu toode) parameetrite väärtused. Niisiis, **olgu antud**:

1) ketta pöörlemise nurkkiirus $\omega = 57{,}6$ rad/s (s.o. pöörlemissagedus 550 min^{-1}),
2) ketta välisraadius $R = 0{,}3$ m,
3) ketta ja laba ning väetise vaheline hõõrdetegur $f = 0{,}47$,
4) ketta asetuskõrgus maapinnast $H = 0{,}75$ m,
5) laba asetusnurk ketta välisserva punktis $\psi = 0$ (s.o. sirged radiaallabad).

Nõutakse määrata:

1) laoturi (laotusketta) töölaius B,
2) väetiseosakese kettalt eraldumise piiripunkte A_{v} ja A_{p} määravad nurgad δ_v ja δ_p (vt. joon. 3),
3) väetiseosakese kettalt eraldumise nurk ωt_e väetise kettale suunamise punkti A_0 raadiusvektori r_0 järgmistel väärtustel: r_0 = 5; 10; 15; 20 ja 25 cm.

Tulemus esitada mõõtkavas koostatud skeemina ja võrrelda seda laoturi KCA-3 tehnilise lahendusega.

Ülesande lahendust alustame töölaiuse B määramisega. Selleks arvutame kõigepealt väetiseosalese kettalt eraldumise **suhtelise kiiruse** seosega (21) ja selles esineva parameetri λ_1 seosega (15):

$$\lambda_1 = 57{,}6(-0{,}47 + \sqrt{1 + 0{,}47^2}) = 36{,}57 \text{ rad/s},$$

$$\dot{\xi}_e = 36{,}57\left[0{,}3(\cos 0^0 \pm 0{,}47 \sin 0^0) - \frac{0{,}47 \cdot 9{,}81}{57{,}6^2}\right] = 10{,}93 \text{ m/s}.$$

Järgnevalt arvutame väetiseosakese kettalt eraldumise summaarse kiiruse v_e seosega (4):

$$v_e = \sqrt{(57{,}6 \cdot 0{,}3)^2 + 10{,}93^2 \pm 2 \cdot 57{,}6 \cdot 0{,}3 \cdot 10{,}93 \sin 0^0} = 20{,}44 \text{ m/s}.$$

Edasi leiame väetiseosakese lennukauguse L seosega (1):

$$L = 20{,}44\sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}75}{9{,}81}} = 7{,}99 \text{ m}$$

ning lõpuks töölaiuse B tingimusest (3):

$$7{,}99 < B < 2 \cdot 7{,}99$$

valides tulemuseks $B = 10{,}0$ m, mis on ühtlasi väetise laotuslaiuseks.

Laiuse B arvväärtuse alusel arvutame laotusketta **tööala piiritlevad nurgad** δ_p ja δ_v (vt. joon. 3) seostega (29) ja (32), olles eelnevalt leidnud neis esinevate suuruste Θ ja ρ arvväärtused vastavalt seostega (31) ja (30):

$$\cos\Theta = \frac{57{,}6^2 \cdot 0{,}3^2 + 20{,}44^2 - 10{,}93^2}{2 \cdot 57{,}6 \cdot 0{,}3 \cdot 20{,}44} = 0{,}8450,$$

millest $\Theta = 32{,}7^{\circ}$, ning

$$\rho = \sqrt{0{,}3^2 + 7{,}99^2 + 2 \cdot 0{,}3 \cdot 7{,}99 \sin 32{,}7^{\circ}} = 8{,}16$$

ja lõpuks:

$$\sin\delta_{\mathrm{p}} = \frac{1}{2\cdot 8{,}16^2}\left[7{,}99\cos 32{,}7^{\mathrm{o}}\cdot\sqrt{4\cdot 8{,}16^2 - 10{,}0^2} - 10{,}0(0{,}3 + 7{,}99\ \sin 32{,}7)\right] = 0{,}3072$$

millest δ_p = 17,9$^{\mathrm{o}}$, ning

$$\delta_v = 17{,}9 + 2\arcsin\frac{10{,}0}{2\cdot 8{,}16} = 93{,}5°.$$

Saadud nurgad δ_p = 17,9$^{\mathrm{o}}$ ja δ_v = 93,5$^{\mathrm{o}}$ kanname mõõtkavas joonestatud skeemile (joon. 4).

Joonis 4. Väetise kettale suunamise ala piirspiraalid (näide)

Figure 4. Boundary spirals for the gravity feed of fertilizer towards the disk (example)

Viimasena leiame väetise kettalt eraldumise nurga $\omega\ t_e$ seosega (23), asendades sellesse lähteandmed ja eelnevalt arvutatud λ_1 = 36,57 rad/s ning leides λ_2 väärtuse seosega (14):

$$\lambda_2 = 57{,}5(-0{,}47 - \sqrt{1+0{,}47^2}) = -90{,}72 \text{ rad/s},$$

misjärel

$$\omega\, t_e = \frac{57{,}6}{36{,}57}\ln\left\{\frac{(90{,}72-36{,}57)\left[0{,}3(\cos 0^o \pm 0{,}47\sin 0^o) - \dfrac{0{,}47\cdot 9{,}81}{57{,}6^2}\right]}{-90{,}72\left[\sqrt{r_0^2 - 0{,}3\sin^2 0^o} \pm 0{,}47\cdot 0{,}3\sin 0^o - \dfrac{0{,}47\cdot 9{,}81}{57{,}6^2}\right]}\right\}$$

ehk pärast mõningaid arvutusi

$$\omega\, \mathrm{t_e} = 1{,}58\ \ln\left\{\frac{0{,}42}{\mathrm{r_0} - 0{,}001}\right\}.$$

Asendades sellesse lähteandmetena antud raadiuse r_0 väärtused ja arvutades seejärel vastava nurga $\omega\, t_e$ väärtuse, saame:

r_0	m	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
$\omega\, t_e$	rad	3,39	2,28	1,64	1,18	0,83
	kraad	194	131	94	68	48

Kanname ülalsaadud nurkade väärtused skeemile joonisel 4, mõõtes neid punkte A_v ja A_p läbivast raadiusest. Nii saame raadiuse r_0 igale väärtusele punkti, mille sujuval ühendamisel kujuneb kaks ketta keskpunktist lähtuvat kõverat (joonisel 4 joonestatud jämedalt). Nende kõverate vaheline ala on ketta tööpiirkond kuhu tuleb suunata väetis.

Tulemuste analüüs ja järeldused

Ülaltoodud arvutusnäidet ja selle põhjal koostatud skeemi (joon. 4) aluseks võttes saame teha mitmeid olulisi üldistusi ja praktilise väljundiga järeldusi.

Esiteks. Joonestatud kõverad on logaritmilised spiraalid, sest vastavalt seosele (23) on nurga $\omega\, t_e$ avaldis logaritmfunktsioon. Niisuguste spiraalidega võime katta kogu ketta pinna (mis tahes tihedusega).

Teiseks. Kui väetiseosake suunata mingi spiraali mis tahes punkti, siis eraldub see ketta serva ja selle spiraali lõikepunktist. Mingil juhul ei tohi osakene olla suunatud ketta keskpunkti, sest sel juhul ei ole teda, kust punktist see eraldub (missugune neist spiraalidest on nn. tööspiraaliks) ja kuhu see maapinnale langeb.

Kolmandaks. Kui väetis suunata ketta tööalasse, st. jämedalt joonestatud spiraalide vahelisse alasse, siis langeb see masina taha töö laiuse *B* alasse (vt. joon. 3). Vastase juhul aga kas satub sellest väljapoole või suundub masina liikumissuuna suhtes ettepoole ja põrkub selle konstruktsiooni mis tahes elemendi vastu.

Neljandaks. Väetise pealeanne kettale peab toimuma ühtlaselt mööda niisugust kõverat, mis paikneb ketta tööalas ja mille pikkuslõigud võrdsete vahedega joonestatud spiraalide vahel on võrdsed. Praktiliselt on niisuguseks pealeandekõveraks ringjoon, mille raadiuse täpsem määratlemine nõuab omaette uurimist. Ligikaudu võib selle väärtuseks võtta (0,3...0,6) *R* (joonisel 4 kujutatud punktiirjoonena).

Viiendaks. Ketaslaoturi konstruktiivne lahendus peaks olema niisugune, et väetise eelmises punktis käsitletud pealeandekõver oleks ketta telje ümber pööratav ja ka selle raadius mõnevõrra muudetav. Sel juhul oleks töö käigus võimalik tagada väetise laotusühtlus sõltuvalt selle konkreetsetest karakteristikuist (niiskus, sõmeralisus jms.).

Kuuendaks. Enamik kasutusel olevaid ketaslaotureid ei ole konstrueeritud kooskõlas eelpooltoodud teoreetilise uurimusega ja selle alusel tehtud järeldustega. Nii näiteks toimub ketaslaoturil KCA-3 (mille lähteandmestik oli võetud arvutusnäiteks) väetise pealeanne kettale mööda sirget, mis peaaegu läbib ketta keskpunkti (joonisel 4 kujutatud kriipsjoonena). Siin ongi tegu väetise suunamisega ka ketta tööalast väljapoole, mistõttu palju väetist paiskub vastu ketta eesmise serva ette paigutatud kaarjat kaitseplekki ja langeb töölaiuse keskosale.

Tulemuseks on väetise laotamise suur ebaühtlus: töölaiuse keskosale langeb tunduvalt rohkem väetist kui äärtele. Ent on ka meeldivaid erandeid, näiteks endises Saksa DV-s toodetud ketaslaotur D 023. Sellel toimub väetise kettale suunamine mööda kaart, mis on pööratav ümber ketta keskpunkti.

Kokkuvõte

Antud artiklis toodud teoreetilise uurimisega taheti anda mitte ainult aluseid ketaslaoturi projekteerimiseks, vaid ka tõestada ja illustreerida seda, kuivõrd oluline on konstruktorite ja loovinseneride (ja mitte ainult inseneride) tegevuses matemaatiline teooria. Kui aga matemaatilisele teooriale tugineva induktiivse uurimismeetodi asemel rakendada valdavalt empiirilist (paremal juhul ka deduktiivset) meetodit, siis on tulemus enamasti ebaõige ja mitterahuldav.

Siinkohal toodud konkreetne arvutusnäide esitati meelega samm-sammulise arvutuse kujul. Arusaadavalt on kõike seda võimalik kujundada arvutiprogrammina, mis võimaldaks kiiresti uurida kõikvõimalikke variante. Ja veel, antud uurimistöös vaadeldi ketaslaoturi ühte lihtsamat realiseerimisvarianti – sirgete labadega tasandketast. Kui vaatluse alla võtta koonusjas või taldrikjas laotusketas, millele on kinnitatud muutuva kõverusega kõverad labad, siis saaksime antud probleemile anda täielikult üldistatud lahendi. Sel juhul kujutaks siintoodu selle erilahendit.

Kirjandus

Reintam, A. Põllutöömasinate teooria ja tehnoloogilise arvutuse alused. 3. osa. Külvi- ja väetamismasinad. – Tartu: EPA rotaprint, 1969. – 124 lk.

RESEARCH INTO THE WORKING PROCESS OF THE SPREADING DISK OF A FERTILIZER SPREADER USING MATHEMATICAL MODELLING

A. Reintam

Summary

The spinner-type distributor is the main machine for broadcasting mineral fertilizers. Most of these do not guarantee homogenous distribution of fertilizer in the range of spreading width: the central sector tends to be oversaturated compared with the peripherial ones. Therefore a goal was set up to show that this phenomenon is not caused by the type and working principle of the machinery, but from incorrect construction of the appliance for fertilizer removal towards the disk. A spreading disk with straight axis revolving around the vertical axis was chosen as an objective for modeling.

As a result of research activity analytical expressions were established for the assignment (computation) of a great number of spreader working parameters. The most important of these expressions are equations (23), (29), and (32) which enable determination of the coordinates to direct the gravity feed of the fertilizer particle towards the disk and locations of the extreme (limit) points of the disk working area respectively.

For the illustration of the use of the mathematical models drawn up, a concrete example of computation is presented to assign the working area of the disk. On the basis of results obtained (Figure 4) it is possible to summarize some practically important generalizations and conclusions:

1) curves connecting the points of fertilizer gravity feed towards the disk are logarithmic (exponential) spirals with which it is possible to cover in any frequency the entire surface of the disk;

2) when the fertilizer particle is directed by any spiral towards any point it will leave the disk at the intersection of this spiral and the external contour of the disk; in any case it is admissible to direct the fertilizer particle into the revolving centre of the disk, because it is unknown which of the spirals will be the working one;

3) when fertilizer is directed into the working area of the disk (between spirals in Figure 4) it will be thrown on to the soil surface in the area of the machine spreading width; in the opposite case, fertilizer is outside the spreading width where it also bumps against the constructional elements of the machine;

4) an even flow of fertilizer must be served to the disk by such a curve which locates within the working area of the disk and where length patterns between neighbouring spirals are equivalent; circle arc with radius 0.3...0.6 of external radius of disk represents such a curve (dotted line in Figure 4);

5) the opportunity to turn the curve of fertilizer gravity feed around the disk axis as well as for the desirable change in its radius ought to be guaranteed in the constructional device for providing fertilizer towards the disk; then granulometrical unhomogeneity of the fertilizer can be counted in the spreading procedure;

6) most spinner-type fertilizer distributors are not in constructional accordance with the outcome of our research and conclusion drawn; e.g. in the case of distributor KCA-3 (initial data of which were used as example for computation) fertilizer makes its way towards the disk by a straight line drawn fragmentary in Figure 4; it does not enable homogenous spreading fertilizer of in the range of the working width.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАБОТЫ РАЗБРАСЫВАЮЩЕГО ДИСКА ДИСКОВОГО РАЗБРАСЫВАТЕЛЯ МИНЕРАЛЬНЫХ УДОБРЕНИЙ ПУТЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

А. Рейнтам

Р е з ю м е

Основным типом для сплошного внесения минеральных удобрений является дисковый (центробежный) разбрасыватель. Большинство применяемых в практике таких машин не обеспечивает равномерное распределение удобрения по ширине захвата: на середину попадает значительно больше, чем на края. Исходя из этого была поставлена цель доказать, что причиной такого явления является не тип и принцип работы разбрасывателя, а неправильно реализованная конструкция подающего удобрения на диск устройства. При этом объектом моделирования был принят вращающийся вокруг вертикальной оси плоский диск с прямыми лопастями.

В результате исследования были разработаны аналитические выражения для определения (расчета) многих параметров работы разбрасывателя. Наиболее важными среди них являются уравнения (23), (29) и (32), позволяющие соответственно определить координаты точки подачи частицы удобрения на диск и положения крайних точек т.н. рабочей зоны диска.

В качестве иллюстрации применения разработанных математических моделей для проектирования технологического процесса разбрасывающего диска в статье приведен конкретный пример расчета по определению рабочей зоны диска. Принимая в основу

результаты этого примера в виде схемы на рис. 4, можно сделать некоторые существенные обобщения и выводы практического значения:

1) кривые, соединяющие точки подачи частиц удобрения на диск, являются логарифмическими спиралями, такими спиралями можно покрыть весь диск любой густоты;

2) если частицу удобрения направить в любую точку какой-либо спирали, то сходит она с диска в точке пересечения этой спирали с наружным контуром диска; ни в коем случае нельзя направить частицу в центр диска, так как в таком случае не будет известна, какая из спиралей будет т.н. рабочей;

3) если удобрение направить на диск в рабочую зону (между спиралями на рис. 4), то бросается оно на землю в зону рабочей ширины, в противном случае попадает за пределы рабочей ширины, в том числе ударяется о конструктивные элементы машины;

4) удобрение необходимо подавать на диск равномерным потоком по такой кривой, котрая расположена в рабочей зоне диска и длины отрезков которой между соседними спиралями будут одинаковыми; практически такой кривой является дуга окружности радиусом 0,3...0,6 радиуса диска (на рис. 4 показана пунктиром);

5) в конструкции подающего удобрение на диск устройства должна быть предусмотрена возможность повернуть кривую подачи вокруг оси диска и желательно изменить также её радиус; в таком случае имелась бы возможность учитывать практическую неоднородность гранулометрического состава удобрения;

6) большинство разбрасывателей не сконструироавны в согласии с полученными результатами данного исследования и сделанными на этой основе выводами. Так, например, у машины КСА-3 (исходные данные которой были использованы при примере расчета) удобрение подается на диск по прямой, показанной на рис. 4 штриховой линией. В таком случае не может быть получено равномерное распределение удобрения по ширине захвата машины.