

VÄETISEOSAKESE LENNUKAUGUSE ARVUTUSVALEMIST ÕHUTAKISTUSE ARVESTAMISEL

Jüri Olt, Mati Heinloo

Eesti Maaülikooli tehnikainstituut
jyri.olt@emu.ee

ABSTRACT. The article expands upon analytic modeling of a fertilizer particle flying distance from centrifugal mineral fertilizer spreader dispersing disc under air resistance. The known formula for individual fertilizer particle flying distance has been adapted for the case. It is shown that the flying distance and time of reaching the landing spot on the field significantly depend on the aerodynamic resistance coefficient (floating speed) of the fertilizer particle.

Keywords: agricultural machinery, fertilizer spreader, flying distance, fertilizer particle.

Sissejuhatus

Tänapäeval kasutatakse peamiselt tsentrifugaaltüüpi mineraalväetiste laotureid, mille tööorganiteks on püstse telje ümber pöörlev laotusketas (joonis 1). Kettale suunatud väetis haaratakse kettaga kaasa, kusjuures tsentrifugaaljõu mõjul hakkab see liikuma ka ketta ääre suunas. Väetise laotusprotsessi faas algab väetiseosakese eraldumisega kettast ja lõpeb selle jõudmisega põllu pinnale. See faas on vahetus seoses töö tulemusiga, so laotamise kvaliteedi ja masina tootlikkusega.



Joonis 1. Mineraalväetise laoturi laotusketta vaade
Figure 1. View of spreading plate

Labadega varustatud laotusketta tööd iseloomustab teatud ebahühtlus, sest osakesed eralduvad kettalt mitte kogu ümbermõõdu ulatuses, vaid ainult neist kohtadest, kus asuvad labade otsad. Kuna labad asuvad kettal teatud intervallide järel ja väetiselautur liigub edasi ühtlase kiirusega, siis väetis eemaldub kettalt pulseerivalt, moo-

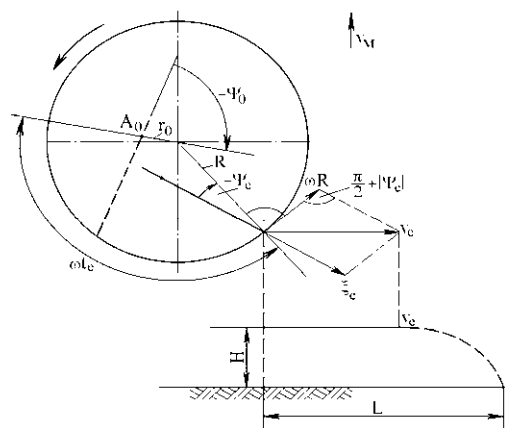
dustades maapinnale kontsentrilised kaared. Niisuguse pulsatsiooni on seda väiksem, mida suurem on ketta pöörlemiskiirus ja labade arv jaotuskettal ja mida väiksem on masina edasiliikumise kiirus. Laoturi tootlikkus sõltub olulisel määral laotamise laiusest, mis omakorda sõltub osakese lennukaugusest [1]. Väetiseosakeste lennukaugus määrab mineraalväetiste tsentrifugaaltüüpi väetiselauti laotusketta tööpiirkonna, mida on võimalik määrata eksperimentaalselt.

Kui väetiseosakese lennukauguse analüütilisel määramisel jätta arvestamata selle lennufaasis mõjuv õhutamist, siis väetiseosakese lennukauguse määramisel võib kasutada teoreetilisest mehaanikast [2] tuntud valem

$$L_v(H) = v_e \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (1)$$

kus v_e on väetiseosakese eraldumise kiirus laotuskettalt ($v_e \approx (3-5)v_m$, kus v_m on masina edasiliikumise kiirus), H – laotusketta kõrgus põllupinnast ($H \approx 0,6-0,8$ m), g – raskuskiirendus.

Joonisel 2 on näidatud väetiselauturi sirgete labadega jaotusketta tööprotsessi skeem. Kujuteldava koordinaatteljestiku Oxy algpunkt O paigutatud joonisel 2 kiirusvektori v_e algpunkti. Selle telg Ox on suunatud vektori v_e suunas. Telg Oy on risti teljega Ox ja suunatud põllupinna suunas.



Joonis 2. Sirgete labadega laotusketta tööprotsessi skeem

Figure 2. The scheme on the working process of a spreading plate

Osakese areodünaamilisi omadusi iseloomustab hõljumiskiirus, mis on võrdne vertikaalse õhuvoolu kiirusega, kui väetiseosakene on relatiivses tasakaalus [2].

Õpikus [3] on esitatud väetiseosakese lennukauguse arvutamiseks järgmine valem:

$$L_t(v_h, v_e, H) = \frac{v_h^2}{g} \ln \left(\frac{g}{v_h^2} v_e \sqrt{\frac{2H}{g}} + 1 \right), \quad (2)$$

mis kehtib osakese suure hõljumiskiiruse v_h korral, mistõttu valemi (1) saab leida ka piirväärtusest

$$L_v(H) = \lim_{v_h \rightarrow \infty} L_t(v_h, v_e, H) = v_e \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

Nendes valemities on g raskuskiirendus, H – laotusketta kõrgus põllupinnast, v_e – väetiseosakese laotuskettalt eraldumise kiirus. Sisuliselt on valem (2) leitud ka töös [1], milles ei arvestata õhutakistust vertikaalsihis.

Käesoleva artikli eesmärgiks on leida valem väetiseosakese lennukauguse arvutamiseks juhul kui arvestatakse õhutakistust nii horisontaal- kui ka vertikaalsihis.

Väetiseosakese liikumise diferentsiaalvõrrandid

Eeldades, et väetiseosakesele mõjuv takistusjõud on võrdeline osakese kiiruse ruuduga, saame Newtoni seadusest [2] väetiseosakese liikumise diferentsiaalvõrrandid kujul

$$\begin{aligned} m \frac{d^2}{dt^2} x(t) &= -\lambda \left(\frac{d}{dt} x(t) \right)^2, \\ m \frac{d^2}{dt^2} y(t) &= mg - \lambda \left(\frac{d}{dt} y(t) \right)^2, \end{aligned} \quad (3)$$

kus m on väetiseosakese mass, λ - väetiseosakese aerodünaamiline tegur, g – raskuskiirendus ja $x = x(t)$, $y = y(t)$ – väetiseosakese liikumisseadus koordinaatteljestikus Oxy.

Kui arvestatakse õhutakistust, siis võib väetiseosakese aerodünaamilise teguri λ asemel kasutada ka hõljumiskiirust v_h . Väetiseosakese raskusjõu ja takistusjõu relatiivse tasakaalu [2] tingimusest

$$mg - \lambda v_h^2 = 0$$

saame $\lambda = \frac{mg}{v_h^2}$. Selle võrduse abil, saab diferentsiaalvõrrandid (3) kirjutada kujul

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} x(t) &= -\frac{g}{v_h^2} \left(\frac{d}{dt} x(t) \right)^2, \\ \frac{d^2}{dt^2} y(t) &= g \left(1 - \frac{g}{v_h^2} \left(\frac{d}{dt} y(t) \right)^2 \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Tähistades

$$v_x(t) = \frac{d}{dt} x(t), \quad v_y(t) = \frac{d}{dt} y(t) \quad (5)$$

Saame II järku diferentsiaalvõrrandite (4) asemele I järku diferentsiaalvõrrandid

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} v_x(t) &= -\frac{g}{v_h^2} v_x(t)^2, \\ \frac{d}{dt} v_y(t) &= g \left(1 - \frac{1}{v_h^2} v_y(t)^2 \right) \end{aligned} \quad (6)$$

Diferentsiaalvõrrandite lahendamine

Lahendades diferentsiaalvõrrandid (6) algtingimustel $v_x(0) = v_e$, $v_y(0) = 0$, kus v_e on väetiseosakese laotuskettast eraldumise kiirus x-telje sihis (Joon 2), standardse muutujate eraldamise meetodi [4] abil, saame väetiseosakese kiiruste arvutamiseks x- ja y-telje sihis võrrandid

$$\begin{aligned} v_x(t, v_h, v_e) &= \frac{v_e v_h^2}{v_h^2 + g t v_e}, \\ v_y(t, v_h) &= -v_h i \tan \left(\frac{g t i}{v_h} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

kus $i = \sqrt{-1}$ on imaginaariühik. Integreerides võrrandite (7) mõlemat poolt aja t järgi algtingimustel $x(0) = 0$, $y(0) = 0$ (hetkel $t = 0$ asub väetiseosakene laotusketta serval (Joon. 2) kiirusvektori v_e algpunktis), arvestades tähistusi (5), saame väetiseosakese liikumisseaduse kujul $x = x(t, v_h, v_e)$, $y = y(t, v_h, v_e)$, kus

$$\begin{aligned} x(t, v_h, v_e) &= \frac{v_h^2}{g} \ln \left(\frac{v_h^2 + g t v_e}{v_h^2} \right), \\ y(t, v_h, v_e) &= \frac{v_h^2}{g} \ln \left(\cos \left(\frac{g t i}{v_h} \right) \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Oletame, et väetiseosakene jõuab põllu pinnale hetkel τ , kui $L = x(\tau, v_h, v_e)$, $H = y(\tau, v_h)$, kus L – väetiseosakese lennukaugus ja H – väetiselauturi laotusketta kaugus

põllupinnast. Avaldades võrdusest $H = y(\tau, v_h)$ aja τ ja märkides selle argumentideks v_h ja H , saame

$$\tau_t(v_h, H) = -\frac{v_h^i}{g} \arccos \left(\exp \left(\frac{Hg}{v_h^2} \right) \right) \quad (9)$$

Juhul, kui õhutakistust ei arvestata, siis saame

$$\tau_v(H) = \lim_{v_h \rightarrow \infty} \tau(v_h, H) = \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (10)$$

Väetiseosakese lennukauguse täpne arvutusvalem

Asendades võrduse (9) seosesse $L = x(\tau, v_h, v_e)$, saame otsitava valemi kujul

$$L_t(v_h, v_e, H) = \frac{v_h^2}{g} \ln \left(1 - \frac{v_e^i}{v_h} \arccos \left(\exp \left(\frac{Hg}{v_h^2} \right) \right) \right) \quad (11)$$

Seega juhul kui väetiseosakese õhutakistust ei saa arvestamata jätta, tuleb valemi (2) asemel kasutada valemit (11). Valemi (1) saame nüüd piirväärtusest

$$L_v(H) = \lim_{v_h \rightarrow \infty} L_t(v_h, v_e, H) = v_e \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Väetiseosakese lennukauguse ligikaudne arvutusvalem

Arendades funktsiooni $\arccos(\exp(x))$ Tayloriga ritta koha $t = 0$ ümbruses ja piirdudes vaid esimese nullist erineva liikmega saame ligikaudse võrduse

$$\arccos(\exp(x)) \approx i\sqrt{2x} \quad (12)$$

Võttes valemis (12) $x = \frac{Hg}{v_h^2}$, saame

$$\arccos \left(\exp \left(\frac{Hg}{v_h^2} \right) \right) \approx i \sqrt{\frac{2Hg}{v_h^2}} \quad (13)$$

Asendades võrduse (13) valemisse (11), saame ligikaudse valemi osakese lennukauguse arvutamiseks esitada kujul:

$$L'_t(v_h, v_e, H) \approx \frac{v_h^2}{g} \ln \left(\frac{g}{v_h^2} v_e \sqrt{\frac{2H}{g}} + 1 \right), \quad (14)$$

mis langeb valemiga (2) kokku.

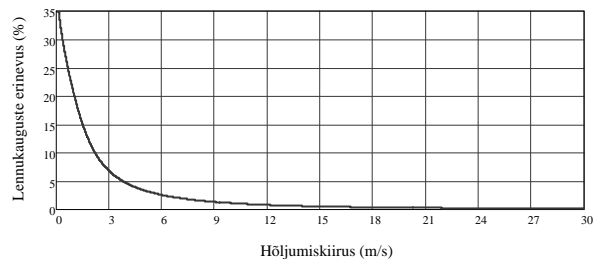
Numbrilised tulemused

Olgu, $H = 0.8m$, $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$, $v_e = 10 \frac{m}{s}$. Arvutame

väetiseosakese lennukauguse arvutusvalemite (11) ja (14) abil leitud lennukauguste suhtelise erinevuse protsentides

$$\Delta(v_h, v_e, H) = \frac{L_t(v_h, v_e, H) - L'_t(v_h, v_e, H)}{L'_t(v_h, v_e, H)} 100\% \quad (15)$$

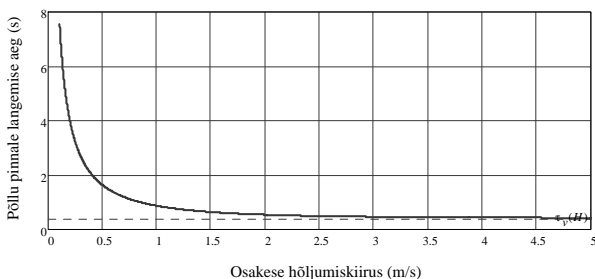
Valemi (15) järgi leitud lennukauguste suhtelise erinevuse sõltuvus hõljumiskiirusest on näha joonisel 3. Joonisel 3 järeldub, et täpse valemi (11) ja ligikaudse valemi (14) järgi arvatud lennukaugused võivad väetiseosakeste väikeste hõljumiskiiruste ($v_h < 4$ m/s) korral erineda 5% - 35%.



Joonis 3. Osakese lennukauguse suhtelise erinevuse $\Delta(v_h, v_e, H)$ sõltuvus hõljumiskiirusest

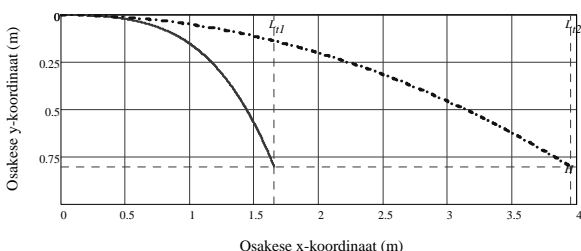
Figure 3. The dependence of the particle relative difference $\Delta(v_h, v_e, H)$ of flying distance on the soaring speed

Väetiseosakese põllu pinnale jõudmise aja $\tau_t(v_h, H)$ sõltuvust hõljumiskiirusest iseloomustab joonis 4, millel horisontaalne punktjoon näitab väetiseosakese põllu pinnale jõudmise aega $\tau_v(H)$ juhul, kui õhutakistust ei arvestata (siis on v_h lõpmata suur).



Joonis 4. Osakese põllu pinnale langemise aja $\tau_t(v_h, H)$ sõltuvus hõljumiskiirusest

Figure 4. The dependence of the particle falling time $\tau_t(v_h, H)$ on the soaring speed



Joonis 5. Väetiseosakese trajektooriid hõljumiskiiruste $v_h = 3 \text{ m s}^{-1}$ (pidev joon) ja $v_{h1} = 30 \text{ m s}^{-1}$ (punktjoon) korral; **Figure 5.** Trajectory of fertilizer’s particle under soaring speeds $v_h = 3 \text{ m s}^{-1}$ (solid line) and $v_{h1} = 30 \text{ m s}^{-1}$ (dot line)

On the formula for computation of flying distance of fertilizer’s particle under air resistance

J. Olt, M. Heinloo

Estonian University of Life Sciences
Institute of Technology
jyri.olt@emu.ee

Summary

Coverage area of a fertilizer spreader significantly depends on the qualities of the fertilizer used, also the construction and kinematic parameters of the spreader. Efficiency and evenness of distribution depends on how far and where the fertilizer particle reaches the ground. Distribution quality is evaluated in two directions, along the route of the spreader and crosswise to it. It is possible to determine the flying distance of the fertilizer particle by experiments and also use technical devices for giving it a certain direction. To predict the expected outcome of the experiment a formula is needed to model the theoretical flying distance of the particles in case the aerodynamic drag influencing the particles has to be taken into consideration.

The article focuses on cases which consider air resistance. Therefore the formula has been worked out that determines the time of the particle reaching the ground:

Väetiseosakese trajektooriid valitud koordinaatsüsteemis Oxy kuni põllu pinnani jõudmiseni on näha joonisel 5. Sellelt jooniselt selgub, et väetiseosakese hõljumiskiiruse v_h (õhutakistuse λ) arvestamine väetiselaoturi laotusketta tööpiirkonna määramisel võib osutada väga oluliseks.

Kirjandus

1. Reintam, A. Põllutöömasinate teooria ja tehnoloogilise arvutuse alused. Külvi- ja väetamismasinad. Tartu, EPA Rotaprint, 1969, 124 lk.
2. Ü. Lepik, L. Roots, Teoreetiline mehaanika, kirjastus “Valgus”, Tallinn, 1971, 483 lk.
3. Е. С. Босой, О. В. Верняев, И. И. Смирнов, Г. Е. Султан-Шах, Теория, конструкция и расчет сельско-хозяйственных машин: Учебник для вузов сельскохозяйственного машиностроения, 2-изд., перераб. и доп.- М.: Машиностроение, 1977. – 568 с., ил.
4. Piskunov, N. S Diferentsiaal- ja integraalarvutus, kirjastus “Valgus”, Tallinn, 1960, 406 lk.

$$\tau_t(v_h, H) = -\frac{v_h i}{g} \arccos \left(\exp \left(\frac{Hg}{v_h^2} \right) \right)$$

and also the formula for finding out the flying distance:

$$L_t(v_h, v_e, H) = \frac{v_h^2}{g} \ln \left(1 - \frac{v_e i}{v_h} \arccos \left(\exp \left(\frac{Hg}{v_h^2} \right) \right) \right)$$

H – distance of dispersing disc from the ground

g – gravity acceleration

v_e – absolute speed of fertilizer particle dispersing from the disc

v_h – floating speed of fertilizer particle, determining its aerodynamic characteristics

If the aerodynamic drag is not taken into consideration – instead the two previous formulas we can get the well-known formulas (with limiting values):

$$\tau_v(H) = \lim_{v_h \rightarrow \infty} \tau(v_h, H) = \sqrt{\frac{2H}{g}} ,$$

$$L_v(H) = \lim_{v_h \rightarrow \infty} L_t(v_h, v_e, H) = v_e \sqrt{\frac{2H}{g}} .$$

The calculations show the significant relevance of taking into consideration the aerodynamic drag when the floating speed is low.