

# KETASLAOTURI LAOTUSKETTA VIRTUAALSE TÖÖPROTSESSI VISUALISEERIMINE

Mati Heinloo

Eesti Maaülikool, Mati.Heinloo@emu.ee

**ABSTRACT.** This paper considers a spreading disk of a disk spreader. The mathematical model for study the working process of the spreading disk has been composed by Reintam (1995). This paper presents the method for creation of the video clip visualizing virtual working process of the spreading disk on the worksheet of Computer Package Mathcad.

**Keywords:** agricultural machinery, disk spreader, spreading disk, visualization.

## Sissejuhatus

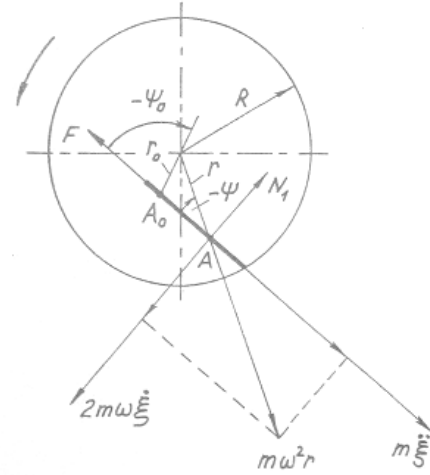
Arvutiekraanil simuleeritavale reaalsusele (ehk virtuaalreaalsusele, Burdea, 2003) tuginevad meetodid on kasulikud ka masinaelementide analüüsimisel ja sünteesimisel. Neid meetodeid on kasutatud sõnnikupressuri manipulaatori analüüsil ja sünteesil (Heinloo *et al.*, 2005 (a, b); Heinloo, Leola, 2006 (a, b, c); Heinloo, Leola, 2007; Heinloo, Leola, 2008), kartulipõllu reasharimise põimmasina muldamisorgani uurimisel (Heinloo, Olt, 2006), mustikakombaini haspli tööprotsessi analüüsil (Heinloo, 2007) ja põllutöomasina kivikaitse uurimisel (Heinloo, Olt, 2009).

Käesolevas töös kasutatakse virtuaalreaalsusele tuginevat meetodit ketaslaoturi laotusketta virtuaaltööprotsessi visualiseeriva videoklipi koostamisel arvutipaketi Mathcad.

## Matemaatiline mudel

Vaatleme ketaslaoturi laotusketta skeemi (joon 1). Laotuskettale on kinnitatud labad liikuvate materjaliosakeste suunamiseks. Üks labadest on näidatud joonisel 1 paksu joonega. Käesoleva töö seisukohalt olulised tähistused joonisel 1 on:  $R$  – laotusketta raadius,  $\psi_0$  – nurk väetiseosakese algasendi  $A_0$  polaarradiuse ja laba sihi vahel,  $r$  – väetiseosakese jooksva asendi  $A$  polaarradius,  $\psi$  – nurk väetiseosakese jooksva asendi polaarradiuse ja laba sihi vahel.

Joonisel 1 näidatud skeemi abil koostas Reintam (1995) materjaliosakese (väetis, liiv, sool) suhtelise



**Joonis. 1.** Reintami (1995) koostatud laoturketta skeem  
**Figure 1.** The scheme of the spreading disk, composed by Reintam (1995)

liikumise modelleerimiseks labal konstantsete kordajatega mittehomogeenne diferentsiaalvõrrandi

$$\frac{d^2}{dt^2} \xi(t) + 2f\omega \frac{d}{dt} \xi(t) - \omega^2 \xi(t) = A, \quad (1)$$

kus  $A = \omega^2 r_0 [\cos(\psi_0) - f \sin(\psi_0)] - fg$ ,  $\xi(t)$  – väetiseosakese kaugus algasendist  $A_0$  jooksva asendini  $A$ ,  $\omega$  – laotusketta pöörlemise nurkkiirus,  $f$  – väetiseosakese ning laotusketta ja laba vaheline hõõrdetegur,  $g$  – raskuskiirendus. Erinevalt varasemast tööst (Reintam, 1995) loetakse käesolevas töös nurkade väärtused positiivseteks, kui nurki mõõdetakse väetiseosakeste polaarradiustest  $r_0$  ja  $r$  ning x-teljest (joonisel 1 on x-telg horisontaalne) kellaosuti liikumisele vastupidises suunas, ja negatiivseteks vastupidisel juhul.

Kuna alghetkel  $t = 0$  asub väetiseosakene asendis  $A_0$  ja alustab liikumist ilma algkiirusega, tuleb diferentsiaalvõrrandi (1) erilahend leida algtingimustel:

$$\xi(0) = 0, \quad \xi'(0) = 0, \quad (2)$$

kus  $\xi'(t) = \frac{d}{dt} \xi(t)$ . Algtingimust  $\xi'(0) = 0$  saab täita siis, kui väetiseosakene omab alghetkel laotuskettaga sama nurkkiirust. Selline võimalus on nüüdisaegsetes väetiselaoturites olemas. Diferentsiaalvõrrandi (1) erilahend algtingimustel (2) on Reintami (1995) järgi:

$$\xi(t) = C \left( 1 - \frac{\lambda_2 e^{\lambda_1 t} - \lambda_1 e^{\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} \right), \quad (3)$$

kus  $e = 2.718\dots$  ja

$$C = \frac{fg}{\omega^2} - r_0 [\cos(\psi_0) - f \sin(\psi_0)],$$

$$\lambda_1 = \omega \left( -f + \sqrt{1 + f^2} \right)$$

$$\lambda_2 = \omega \left( -f - \sqrt{1 + f^2} \right)$$

Kehtivad võrdused (Reintam, 1995)

$$\xi(t) = -r_0 \cos(\psi_0) + \sqrt{r(t)^2 - r_0^2 \sin(\psi_0)^2} \quad (4)$$

$$r(t) \sin(\psi(t)) = r_0 \sin(\psi_0) \quad (5)$$

Seosest (4) ja (5) leiame

$$r(t) = \sqrt{r_0^2 + 2r_0 \cos(\psi_0) \xi(t) + \xi(t)^2} \quad (6)$$

$$\psi(t) = \arcsin \left[ \frac{r_0 \sin(\psi_0)}{r(t)} \right] \quad (7)$$

Kus  $\xi(t)$  on diferentsiaalvõrrandi (1) erilahend (3). Materjaliosakese laotuskettalt eemaldumise ajahetke  $t_e$  saab leida võrrandist

$$r(t_e) = R, \quad (8)$$

Kui kasutada lihtsustust

$$\lambda_2 e^{\lambda_1 t} - \lambda_1 e^{\lambda_2 t} = \lambda_2 e^{\lambda_1 t}, \quad (9)$$

siis erilahend (3) saab kuju

$$\xi(t) = C \left( 1 - \frac{\lambda_2 e^{\lambda_1 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} \right),$$

mille abil Reintam (1995) leidis võrrandist (8) aja  $t_e$  määramiseks ligikaudse valemi. Käesolevas uurimistöös teostatud numbrilised arvutused näitasid, et nimetatud ligikaudse valemi järgi leitavad aja  $t_e$  väärtused on kasutatud parameetrite väärtuste korral piisavalt täpsed. Käesoleva uurimistöös arvutustes lihtsustust (9) siiski ei kasutatud ja võrrand (8) lahendati aja  $t_e$  suhtes arvutipaketi Mathcad töölehel numbriliselt. Nurga polaarradiuste  $r_0$  ja  $r(t)$  vahel saab leida võrdusest

$$\alpha(t) = \psi_0 - \psi(t). \quad (10)$$

Fikseerime nüüd väetiseosakese algasendi  $A_0$  laotusketta suhtes polaarkoordinaatidega  $r_0$  ja  $\varphi$ . Polaarnurkade väärtused loetakse käesolevas töös positiivseteks, kui neid mõõdetakse x-telje positiivsest suunast (joonisel 1 vasakult paremale) vastupidiselt kellaosuti liikumise suunale. Väetiseosakese jooksva asendi A polaarkoordinaadid on  $r(t)$  ja

$$\varphi_1(t, \varphi_0) = \varphi_0 + \alpha(t), \quad (11)$$

kus  $\alpha(t)$  leitakse valemist (10). Väetiseosakese jooksva asendi A täisnurksed koordinaadid saab leida valemist

$$x(t, \varphi_0) = r(t) \cos[\varphi_1(t, \varphi_0) + \omega t], \quad (12)$$

$$y(t, \varphi_0) = r(t) \sin[\varphi_1(t, \varphi_0) + \omega t], \quad (13)$$

kus  $\omega$  on laotusketta pöörlemise nurkkiirus. Väetiseosakese kiiruse projektsioonid x- ja y-teljel ja mooduli jooksvas asendis A saab leida valemist

$$v_x(t, \varphi_0) = \frac{d}{dt} x(t, \varphi_0), \quad v_y(t, \varphi_0) = \frac{d}{dt} y(t, \varphi_0), \quad (14)$$

$$v(t, \varphi_0) = \sqrt{v_x(t, \varphi_0)^2 + v_y(t, \varphi_0)^2}. \quad (15)$$

### Visualiseerimine

Kiirusvektorite kujutamiseks joonisel saab kasutada Mathcadi programmi (Heinloo, 2003), mida käesolevas töös kasutatakse kujul

$$V(t, \varphi_0) = \begin{pmatrix} v_O \leftarrow A(t, \varphi_0)^T \\ I \leftarrow \begin{pmatrix} 0 & 0.85 & 0.85 & 1 & 0.85 & 0.85 \\ 0 & 0 & 0.03 & 0 & -0.03 & 0 \end{pmatrix}^T \\ \Omega \leftarrow \begin{pmatrix} \frac{v_x(t, \varphi_0)}{v(t, \varphi_0)} & \frac{v_y(t, \varphi_0)}{v(t, \varphi_0)} \\ \frac{v_y(t, \varphi_0)}{v(t, \varphi_0)} & \frac{v_x(t, \varphi_0)}{v(t, \varphi_0)} \end{pmatrix} \\ v_O + 0.015 \cdot v(t, \varphi_0) \cdot I \cdot \Omega \cdot s \end{pmatrix},$$

kus  $T$  tähistab maatriksi transponeerimist (ridade ja veergude vahetamist) ning  $s$  on aja  $t$  mõõtühik ning  $A(t, \varphi_0)$  on kahe reaga ja kuue tulbaga maatriks

$$\begin{pmatrix} x(t, \varphi_0) & x(t, \varphi_0) & x(t, \varphi_0) & x(t, \varphi_0) & x(t, \varphi_0) & x(t, \varphi_0) \\ y(t, \varphi_0) & y(t, \varphi_0) & y(t, \varphi_0) & y(t, \varphi_0) & y(t, \varphi_0) & y(t, \varphi_0) \end{pmatrix}$$

ja see programm väljastab 2 tulbaga maatriksi, mille esimene tulp

$$v'_x(t, \varphi_0) = V(t, \varphi_0)^{(1)} \quad (16)$$

esitab väetiseosakese kiirusvektori, projektsiooni x-teljel. Teine tulp

$$v'_y(t, \varphi_0) = V(t, \varphi_0)^{(2)} \quad (17)$$

selle vektori projektsiooni y-teljel. Ühe labaga laotuskettale kinnitatud laba modelleerimiseks sirglõiguga defineerime järgmised ühetulbalised maatriksid

$$x'(t, \varphi_0) = \begin{pmatrix} r_0 \cos(\varphi_0 + \omega t) \\ R \cos(\varphi_0 + \alpha(t) + \omega t) \end{pmatrix}, \quad (18)$$

$$y'(t, \varphi_0) = \begin{pmatrix} r_0 \sin(\varphi_0 + \omega t) \\ R \sin(\varphi_0 + \alpha(t) + \omega t) \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Kui laotusketta labade arv on 8, tuleb:

- 1) kiirusvektorite kujutamiseks joonisel ühetulbalised matriksid (16), (17) asendada vastavalt matriksitega, mis defineeritakse järgmiste Mathcadi programmidega:

$$X'_x(t) := \begin{cases} A \leftarrow \text{augment}\left(v'_x(t,0), v'_x\left(t, \frac{\pi}{4}\right)\right) \\ \text{for } i \in \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \dots 2 \cdot \pi \\ A \leftarrow \text{augment}(A, v'_x(t,i)) \end{cases},$$

$$Y'_y(t) := \begin{cases} A \leftarrow \text{augment}\left(v'_y(t,0), v'_y\left(t, \frac{\pi}{4}\right)\right) \\ \text{for } i \in \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \dots 2 \cdot \pi \\ A \leftarrow \text{augment}(A, v'_y(t,i)) \end{cases};$$

- 2) labade kujutamiseks joonisel ühetulbalised matriksid (18), (19) asendada vastavalt matriksitega, mis defineeritakse järgmiste Mathcadi programmidega:

$$X'(t) := \begin{cases} A \leftarrow \text{augment}\left(x'(t,0), x'\left(t, \frac{\pi}{4}\right)\right) \\ \text{for } i \in \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \dots 2 \cdot \pi \\ A \leftarrow \text{augment}(A, x'(t,i)) \end{cases},$$

$$Y'(t) := \begin{cases} A \leftarrow \text{augment}\left(y'(t,0), y'\left(t, \frac{\pi}{4}\right)\right) \\ \text{for } i \in \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \dots 2 \cdot \pi \\ A \leftarrow \text{augment}(A, y'(t,i)) \end{cases};$$

- 3) materjaliosakeste kujutamiseks joonisel tuleb võrduste (12), (13) asemel kasutada matrikseid, mis defineeritakse järgmiste Mathcadi programmidega:

$$X(t) := \begin{cases} A \leftarrow \text{augment}\left(x(t,0), x\left(t, \frac{\pi}{4}\right)\right) \\ \text{for } i \in \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \dots 2 \cdot \pi \\ A \leftarrow \text{augment}(A, x(t,i)) \end{cases},$$

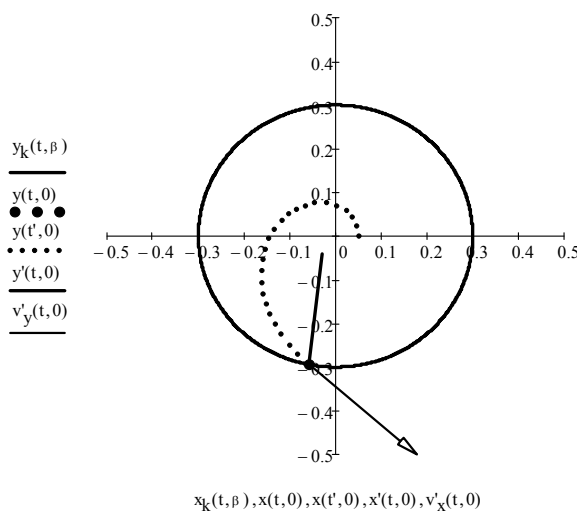
$$Y(t) := \begin{cases} A \leftarrow \text{augment}\left(y(t,0), y\left(t, \frac{\pi}{4}\right)\right) \\ \text{for } i \in \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \dots 2 \cdot \pi \\ A \leftarrow \text{augment}(A, y(t,i)) \end{cases}$$

Nendes programmides tähistab Mathcadi funktsioon *augment* (A, B) funktsiooni, mis paigutab matriksid A ja B teineteise kõrvale.

**Tulemused**

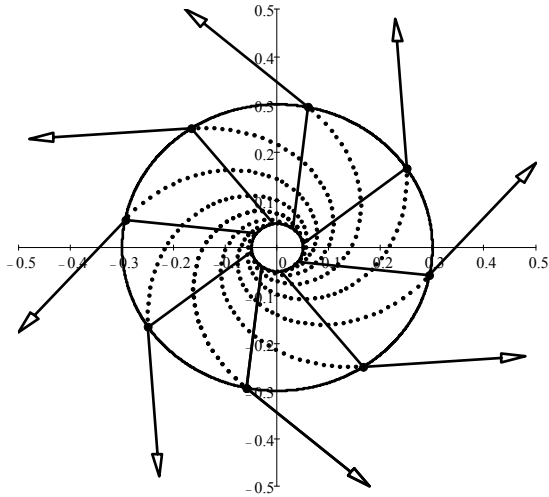
Reintami (1995) järgi võtame laoturketta parameetritele järgmised väärtused:

$$\omega = 57.6 \text{ rad/s}, R = 0.3 \text{ m}, f = 0.47, r_0 = 0.05 \text{ m}, \psi = 30^\circ, \varphi_0 = 270^\circ, g = 9.807 \text{ m/s}^2.$$



**Joonis 2.** Ühe labaga (sirglõik) laotusketta, materjaliosakese (punkt), selle trajektoori (punktjoon) ja osakese kiirusvektori kujutised kettalt lahkumise hetkel  
**Figure 2.** The image of a spreading disk with a single blade (intercept), a particle of spreading material (point), its trajectory (dot line) and he vector of velocity of a particle at the moment of leaving the spreading disk

Joonisel 2 on kujutatud ühe labaga laotusketta kontuur (ringjoon), laba (sirglõik), materjaliosake (punkt), materjaliosakese kiirusvektor (nool) ja materjaliosakese trajektoori (punktjoon).

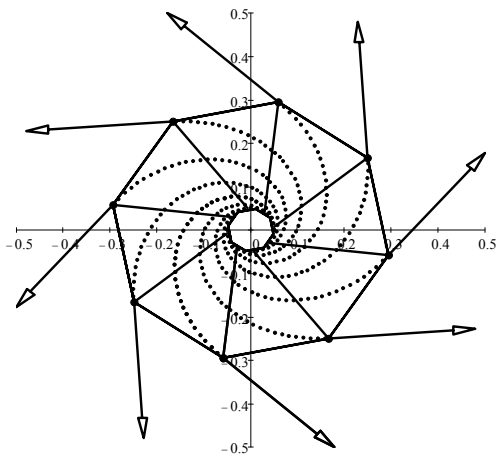


**Joonis 3.** Kaheksa labaga (sirglõigud) laotusketta, väetiseosakeste (punktid), nende trajektoore (punktjooned) ja kiirusvektorite kujutised materjaliosakese jaotuskettalt lahkumise ajahetkel  $t = t_e$

**Figure 3.** The images of a spreading disk with 8 blades (intercept), particles of spreading material (points), their trajectory (dot line) and the vectors of velocities of particles at the moment of their leaving the spreading disk at the moment of the time  $t = t_e$

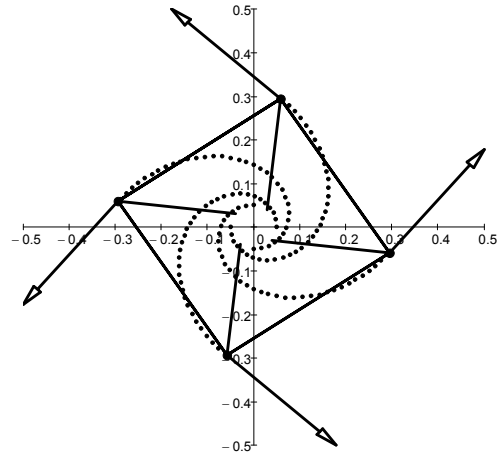
Joonisel 3 on kujutatud kaheksa labaga laotusketta kontuur (ringjoon), labad (sirglõigud), materjaliosakesed (punktid), materjaliosakeste kiirusvektorid (nooled) ja materjaliosakeste trajektoovid (punktjooned).

Ümmarguste laotuskettaste asemel võib kasutada ka hulknurkseid laotuskettaid. Joonistel 4 ja 5 on näidatud kaheksanurkne ja nelinurkne laotusketas.



**Joonis 4.** Kaheksa labaga (radiaalsed sirglõigud) kaheksanurkse laotusketta, väetiseosakeste (punktid) ning nende trajektoore (punktjooned) ja kiirusvektorite kujutised materjaliosakese jaotuskettalt lahkumise hetkel  $t = t_e$

**Figure 4.** The images of a polygonal spreading disk with 8 blades (radial intercepts), particles of spreading material (points), their trajectory (dot line) and the vectors of velocities of particles at the moment of their leaving the spreading disk at the moment of the time  $t = t_e$



**Joonis 5.** Nelja labaga (radiaalsed sirglõigud) nelinurkse laotusketta, väetiseosakeste (punktid) ning nende trajektoore (punktjooned) ja kiirusvektorite kujutised materjaliosakese jaotuskettalt lahkumise ajahetkel  $t = t_e$

**Figure 5.** The images of a polygonal spreading disk with 8 blades (radial intercepts), particles of spreading material (points), their trajectory (dot line) and the vectors of velocities of particles at the moment of their leaving the spreading disk at the moment of the time  $t = t_e$

## Kokkuvõte

Antud artikkel näitas veel kord arvutipaketi Mathcad võimalusi masinaelementide tööprotsesside visualiseerimisel. Nüüdisajal on mõistlik enne masinaelemendi loomist uurida selle tööprotsessi mõne arvutiprogrammi abil, hoides sellega kokku nii aega kui raha.

Koostatud arvutusalgorithmid saab kasutada konkreetsete ketaskülvikute projekteerimisel. Seda algoritmi on võimalik üldistada ka juhule, kus labad ei ole sirged või kui materjali pealanne laotusketale toimub mõõda ringjoonest erinevat kõverat.

Üldistades Heinloo ja Olti (2009) artiklis esitatud arvutumetoodika juhule, kui materjaliosakesed lahkuvad ketaslaoturi laoturkettalt ajahetkel  $t = t_e$  kiirusvektoritega näidatud suundades, on võimalik visualiseerida ka materjali (väetis, sool, liiv) virtuaalne külv ja määrata visuaalselt ketaslaoturi tööpiirkond. See aga on edaspidise uurimistöö teema.

## Tänuavaldus

Täna emeritprofessor Aimu Reintami paljude huvitava diskussioonide ja asjalike konsultatsioonide eest viimase 15 aasta jooksul ja käesoleva artikli koostamisel. Täna ka professor Jüri Olti käesolevale uurimistööle kaasaaitamise eest.

## Kirjandus

- Burdea, G., Coiffet, Ph. 2003. *Virtual Reality Technology*. J. Wiley and Sons Ltd. 464 p.
- Heinloo, M. Avalik e-kursus 'Mathcad algajaile'. <http://webct.e-uni.ee/>, osa 3.
- Heinloo, M. 2007. A Virtual Reality Technology Based Method for Study the Working Process of a Blueberry Harvester's Picking Reel. *CIGR Ejournal*, vol. IX, 12 p., <http://cigr-ejournal.tamu.edu/>.
- Heinloo, M., Leola, T. 2006a. Synthesis a Local Driver Driven Manipulator for the Scraper of a Press Manure Removal. *Proc. 34 Int. Symp. Agric. Eng., Opatija (Croatia)*, p. 527–534.
- Heinloo, M., Leola, T. 2006b. Virtual Reality Method Supported Synthesis of a Plane Manipulator. *Proc. 5<sup>th</sup> Int. DAAAM Conf. 'Industrial Engineering – Adding Innovation Capacity of Labour Force and Entrepreneurs'*. Tallinn, p. 29–34.
- Heinloo, M., Leola, T. 2006c. Multiparametric Synthesis the Manipulator of the Scraper of the Press Manure Removal. *J. Agr. Sci*, XVII, 2, p. 88–95, <http://www.eau.ee/~aps/pdf/20062/heinloolik.pdf>.
- Heinloo, M., Leola T. 2007. Development of Virtual Reality Methods Based Analysis and Synthesis of Mechanisms. *Proc. 12-th World Congress in Mechanism and Machine Science, Besancon 17.–21. June, 2007*, 6 p.
- Heinloo, M., Leola, T. 2008. Review on Development of Virtual Reality Technology – Based Methods for Design of Agricultural Machinery. *CD Proc. Int. Conf. AgEng 2008, Hersonissos, Crete – Greece, 23–25 June, 12 p.*
- Heinloo M., Leola T., Veinla V. 2005a. Modelling the Working Process of a Manipulator for the Manure Press Remover. *Proc. 33. Int. Symp. Agric. Eng., Opatija (Croatia)*, pp. 515–525.
- Heinloo, M., Leola, T., Veinla, V. 2005b. Synthesis of the Manipulator for the Scraper of a Press Manure Removal, *CIGR Ejournal*, vol. VII, 15 p., <http://cigr-ejournal.tamu.edu/>.
- Heinloo, M., Olt J. 2006. A Method of Virtual Reality for Creating a Disk-Ridging Tool. *CIGR Ejournal*, vol. VIII, January 21, <http://cigr-ejournal.tamu.edu/>.
- Heinloo, M., Olt, J. 2009a. Virtual Reality Technology Based Study of the Working Process of Stone Protectors for Stony Soil Tillage Implements. *XXXIII CIOSTA- CIGR V Conf., Regio Calabria (Italy)*, p. 541–545.
- Heinloo, M., Olt, J. 2009b. Väetiseosakese lennukauguse arvutusvalemist õhutakistuse arvestamisel, – *Agraarteadus XX, 2*, lk 22–25.
- Reintam, A. 1995. Mineraalväetiste ketaslaoturi laotusketta tööprotsessi uurimine matemaatilise modelleerimise teel. – *Agraarteadus VI, 4*, lk. 435–448.

## Visualization of the working process of a spreading disk of a disk spreader

M. Heinloo

*Estonian University of Life Sciences, Mati.Heinloo@emu.ee*

This paper considers a spreading disk of a disk spreader. The mathematical model for study the working process of the spreading disk has been composed by Reintam (1995). This paper presents the method for creation of the video clip visualizing virtual working process of the spreading disk on the worksheet of Computer Package Mathcad.

Virtual reality (computer generated reality) based methods (Burdea, 2003) are also useful in the analysis and synthesis of machine elements. These methods had been used by Heinloo *et al.* 2005 (a, b); Heinloo, Leola, 2006 (a, b, c); Heinloo, Leola, 2007; Heinloo, Leola, 2008) in the analysis and synthesis of manipulator for manure press removal, by (Heinloo, Olt, 2006) in the study of the virtual disk-ridging tool of the potato field combine tillage machine, by (Heinloo, 2007) in the study of the working Process of a blueberry harvester's picking reel, by (Heinloo, Olt, 2009) in the study of the working process of a stone protectors for stony soil tillage implements.

This paper uses such method for visualization of virtual working process of circular, quadrangle and polygonal spreading disk of a disk spreader. The video clips, created on the worksheet of the Computer Package Mathcad, shows the simulation the motion of particles of a circular (Fig. 2, 3), polygonal (Fig. 4) and quadrangle (Fig. 5) spreading disk of a disk spreader. To see these simulations click in the online version of this article to the Figs 3, 4, 5. The vectors on these figures and in the video clips show the direction of velocities of particles of a material (fertilizer, salt, sand). The lengths of these vectors are proportional to the real velocities of these particles. The straight sections are modeling the blades on the spreading disk along that the particles of a material are moving.

Present paper shows how to use the Computer Package Mathcad for visualization of working processes of machine elements. Nowadays it is reasonable to do detail study of the machine elements on the computer before creation of real machine element to save money and time.

The algorithm, composed during this study can be used for creation real disk spreaders. This algorithm can be generalized to the case, when the blades are not planar or the loading of the spreading disk is realized along the curve, different form circle.

It is possible to visualize the virtual sowing of material and determine visually the working region of a spreader, if the algorithm of the paper Olt, Heinloo (2009) will be generalized to the case, when the particles of material leave the spreading disk in direction, shown by the vectors, in Figs 2–5, at the moment of the time  $t = t_e$ . This is the topic of the studies in the future.